Kinetic Equationの微視的導出とそのスピン緩和への応用(^3Heの超流動の動的諸問題,研究会報告)

永井, 克彦

8) R. T. Johnson, R. L. Kleinberg, R. A. Webb, and J. C. Wheatley, J. Low Temp. Phys. **18**, 501 (1975).
9) P. C. Main, C. W. Kiewiet, W. T. Bond, J. R. Hook, D. J. Sandiford, and H. E. Hall, J. Phys. **C9**, L397 (1976).
10) J. C. Whetley, Rev. Mod. Phys. **47**, 415 (1975).

Kinetic Equation の微視的導出とそのスピン緩和への応用

山口大文理　永 井 克 彦

超流動 ^{3}He のNMR の線巾の議論はLegett-Takagi[1]によって与えられたがそこでは，normal part の持つスピンが，粒子間の衝突によって局所平衡に達する過程が議論された。normal spin は衝突によって保存されない為にこのような緩和が可能になる。この緩和時間は，Bogolon のBlotzmann方程式を用いて議論出来るが，[2] 我々は，Bogolon の Boltzmann 方程式の微視的導出に興味をもって来た。

ここでは，ABM state を考え，ある時間変化をする与えられた外部磁場に対しnormal spin が追随していく過程を考える。

kinetic eq. を Kadanoff-Baym の方法に従って導いてみる。4×4 行列の一体グリーン函数に対する方程式を，Self-Energy としてBorn 近似による散乱を含む形にとると次の様になる。

$$\psi(1) = \begin{pmatrix} \psi_\uparrow(1) \\ \psi_\downarrow(1) \\ \psi_\uparrow^+(1) \\ \psi_\downarrow^+(1) \end{pmatrix} \tag{1}$$

ととり，$G_{\alpha\beta}(1,1') = (-i)\langle T\,\psi_\alpha(1)\ \psi_\beta^+(1')\rangle$ でGを定義すると，$G^{\gtrless}(1,1')$

に対して次の方程式が得られる。今はNMRの問題を考えているので，空間的には一様と考えられるから，

$$\frac{\partial}{\partial T} G^{\gtrless}(\mathbf{p},\omega,T) + i[\xi, G^{\gtrless}] + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial \xi}{\partial T}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial \omega}\right]_{+} = I^{\gtrless} \tag{2}$$

$$I^{\gtrless} = \pm\frac{1}{2}\{[\Sigma_c^{>} G^{<}]_{+} - [\Sigma_c^{<} G^{>}]_{+}\} \quad \text{（衝突項）} \tag{3}$$

ここで，ξ はエネルギー行列であって，

$$\xi = \begin{pmatrix} \varepsilon & \triangle \\ \triangle^{+} & -\varepsilon \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -H\cdot\boldsymbol{\sigma} + f_0^a\,\mathbf{S}, & 0 \\ 0 & H\cdot\boldsymbol{\sigma} - f_0^a\,\mathbf{S} \end{pmatrix} \tag{4}$$

という形であるとする。H は外部磁場を与え $f_0^a\,\mathbf{S}$ は，Fermi 液体効果を与える。外部磁場の一次の範囲では，$\triangle$ は不変と考えている。ABMstate では，↑ spin 部分と，↓ spin 部分で独立な方程式に分けることが出来る。(2)，(3) は $G^{>}$，$G^{<}$ の連立方程式であって，我々の欲しいのは $G^{<}$ であり，$G^{<}$ が求まれば，

$$F_\sigma(\mathbf{p},T) = \int\frac{d\omega}{2\pi} G_\sigma^{<}(\mathbf{p},\omega,T)$$

から，Wigner 分布函数を求めることが出来る。(2)，(3) を解く為に，先づ，spectral function

$$A_\sigma(\mathbf{p},\omega,T) = G_\sigma^{>} + G_\sigma^{<}$$

を求めよう。(2)，(3) から

$$A_\sigma(\mathbf{p},\omega,T) = 2\pi\sum_{\nu=\pm1}\left\{\left[\frac{1}{2}\left(1+\frac{\nu\xi_0}{E_0}\right) - \frac{i\nu}{\delta E^{\nu}}[\dot{\xi},\xi]\right]\right.$$
$$\left.\times\,\delta(\omega-\nu E_0) - \frac{i}{\delta E^{\nu}}[\dot{\xi},\xi]\delta'(\omega-\nu E_0)\right\} \tag{5}$$

と求まる。そこで，

$$G_\sigma^{<} = A_\sigma f(\omega) + \sum_\nu 2\pi\delta(\omega - \nu E_0)\,\delta F_{\nu\sigma}(\mathbf{p})$$

$$G_\sigma^{>} = A_\sigma(1 - f(\omega)) - \sum_\nu 2\pi\delta(\omega - \nu E_0)\,\delta F_{\nu\sigma}(\mathbf{p})$$

とおくことが出来，kinetic eq. は $\delta F_{\sigma\nu}(\mathbf{p})$ の方程式に帰着する。

その結果は，局所平衡からのずれの一次までで，

$$i[\xi_0, \delta F_{\nu\sigma}] + \left(\sigma_3 + \frac{\nu\varepsilon}{E}\right)\frac{1}{2} f' \dot{X}_\sigma = I_{\sigma\nu}^{<} \tag{6}$$

$$I_{\sigma\nu}^{<} = -\frac{1}{\tau_{\mathbf{p}}}\,\delta F_{\sigma\nu}(\mathbf{p}) + \frac{2}{\pi^2\tau_0}\int dx_3\, B(x_3 - x) \times \frac{1}{2}\left\{\left(1 + \frac{\nu\xi_{0\mathbf{p}}}{E_{\mathbf{p}}}\right),\ \delta F_{\sigma\nu}(\mathbf{p}_3)\right\}_+ \tag{7}$$

但し，今 T_C の近傍で $\triangle/k\cdot T_C$ の一次の寄与までを見る為に，衝突項は $\triangle/kT_C$ の最低次までとってある。又 $X_\sigma = \sigma(-H + f_0^\sigma S_z)$, $\tau_{\mathbf{p}}$ は $T = T_C$ での粒子の衝突時間であり，τ_0 はその Fermi 面上のものである。B は，normal の Boltzmann方程式に出て来る Kernel と同じもので $x = \varepsilon/kT$ である。先づ，(6) の解を緩和時間近似で解くと，$\frac{1}{\tau} < \triangle$ の範囲で，

$$\delta F_\nu(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} f' \dot{X}_\sigma \left[\frac{\nu\varepsilon}{E}\tau_{\mathbf{p}} + \frac{\varepsilon}{E^2}\left(\frac{\varepsilon}{\triangle} + \frac{\triangle}{-\varepsilon}\right)\tau_{\mathbf{p}}\right]$$

となる。そこで，

$$\delta F_\nu(\mathbf{p}) = -\frac{1}{2} f' \dot{X}_\sigma \left[\frac{\nu\varepsilon}{E}\tau_0 Q(\varepsilon) + \frac{\varepsilon}{E^2}\left(\frac{\varepsilon}{\triangle} + \frac{\triangle}{-\varepsilon}\right)\tau_0 P(E)\right]$$

の形の解を想定して，(6), (7) に入れると，P, Q の積分方程式が得られる。予想される結果は P = Q であり，Q は，Bogolon の Boltzmann eq. で分布函数を，

$$\delta f_{\mathbf{p}\sigma} = -\frac{1}{2} f' \dot{X}_\sigma \frac{\varepsilon}{E}\tau_0 Q$$

とおいたものに一致すると思われるが，未だ確認出来ない。

行列型の kinetic eq. は Wölfle[3] によっても解かれているが，我々の方法，即ち，spectral function A を求める方法はより直接的である。$1/\tau < \triangle$ の範囲では，Bogolon の Blotzmann 方程式が成立していることは，多分正当化されると考えられる。

参考文献

(1) Leggett-Takagi. Phys. Rev. Letters **34**, 1424 (1975).

(2) Bhattacharyya et al. Phys. Rev. Letters 35, 473 (1975).

(3) Wölfle, J. Low Temp. Phys. **22**, 157 (1976)

Kinetic Equation の $T \simeq T_c$ でのふるまい

山口大・文理　原　純一郎

超流動 He-3 の $T \simeq T_c$ での K. E. (Kinetic Equation) のふるまいを調べる。次の様なグリーン関数行列を定義しよう。

$$G_{ij}^{<}(1,1') = \langle \psi_j^{+}(1') \psi_i(1) \rangle, \quad G_{ij}^{>}(1,1') = \langle \psi_i(1) \psi_j^{+}(1') \rangle$$

ここで，ψ_j^{+} は場の演算子 $\vec{\psi}^{+} = (\psi_\sigma^{+}, \psi_\sigma)$ の j 成分，ψ_i は $\vec{\psi}$ の i 成分であり，$\langle \cdots\cdots \rangle$ は統計平均を表わす。σ はスピン添字である。$G_{ij}^{\gtrless}(1,1')$ の相対座標についてフーリエ変換した $G_{ij}^{\gtrless}(p\omega RT)$ に対する定常状態での K. E. は，Kadanoff, Baym に従って，

$$i[\xi, G^{\gtrless}]_{-} + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial \xi}{\partial P}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial R}\right]_{+} - \frac{1}{2}\left[\frac{\partial \xi}{\partial R}, \frac{\partial G^{\gtrless}}{\partial P}\right]_{+} = \pm I$$

となる。ξ は Hatree-Fock 近似でのエネルギー行列，I は Born 近似での衝突項を表わしている。スペクトル関数 $A(P\omega R) = G^{>} + G^{<}$ についてはすぐ解けて，